

Vorbereidende sessie toelatingsexamen

Wiskunde 1 - Algebra

Procentberekening, evenredigheden en stelsels

Dr. Koen De Naeghel¹

KU Leuven Kulak, woensdag 24 maart 2021

¹ Presentatie en opgeloste oefeningen zijn digitaal beschikbaar op <http://www.koendenaeghel.be>.

Inhoud

Leerstofafbakening

Procentberekening

Voorbeelden 1-6

Evenredigheden en stelsels van eerstegraadsvergelijkingen

Voorbeelden 7-8

Examenvragen

Actief gedeelte - Maken van oefeningen

Rekenen met procenten en evenredigheden

Stelsels

Oefeningen die aanleiding geven tot een stelsel

Antwoorden

Leerstofafbakening

WISKUNDE

1. Algebra

- (a) bewerkingen met reële getallen en rekenregels
- (d) evenredigheid en omgekeerde evenredigheid
- (g) stelsels vergelijkingen van de eerste graad met hoogstens drie onbekenden

Algebra - Procentberekening

- ▶ **Voorbeeld 1** Bereken 16% van 1400.

Oplossing Bereken $\frac{16}{100} \cdot 1400 = 16 \cdot 14 = 224$.

Onthoud: $p\%$ van A is $\frac{p}{100} \cdot A$

- ▶ **Voorbeeld 2** Hoeveel procent van 20 is 30?

Oplossing Noem p het gevraagde procent. Welnu,

$p\%$ van 20 is 30

$$\text{dus } \frac{p}{100} \cdot 20 = 30$$

$$\text{dus } p = \frac{30 \cdot 100}{20} = 30 \cdot 5 = 150$$

Antwoord 150% procent van 20 is 30.

Algebra - Procentberekening

- ▶ **Voorbeeld 3** Van welke hoeveelheid is 45% gelijk aan 9?

Oplossing Noem A de gevraagde hoeveelheid. Welnu,

45% van A is 9

$$\text{dus } \frac{45}{100} A = 9$$

$$\text{dus } A = \frac{9 \cdot 100}{45} = \frac{100}{5} = 20$$

Antwoord 45% van 20 is 9.

- ▶ **Voorbeeld 4** Een hoeveelheid B neemt toe met 18%. Wat is de nieuwe hoeveelheid?

Oplossing De nieuwe hoeveelheid is

B vermeerderd met 18% van B , dus $B + \frac{18}{100} B$

$$\text{dus } B + 0,18 B$$

$$\text{dus } B(1 + 0,18)$$

$$\text{dus } 1,18 B$$

Algebra - Procentberekening

- ▶ **Voorbeeld 5** Een hoeveelheid C neemt af met 12%. Wat is de nieuwe hoeveelheid?

Oplossing De nieuwe hoeveelheid is

$$C \text{ verminderd met } 12\% \text{ van } C, \text{ dus } C - \frac{12}{100} C$$

$$\text{dus } C - 0,12 C$$

$$\text{dus } C(1 - 0,12)$$

$$\text{dus } 0,88 C$$

- ▶ **Voorbeeld 6** Een hoeveelheid D werd verkregen door een toename van 164%. Wat is de oorspronkelijke hoeveelheid?

Oplossing Noem de oorspronkelijke hoeveelheid A , dan is

$$A \text{ vermeerderd met } 164\% \text{ gelijk aan } D, \text{ dus } A + \frac{164}{100} A = D$$

$$\text{dus } 2,64 A = D$$

$$\text{dus } A = \frac{D}{2,64}$$

Algebra - Evenredigheden en stelsels

- **Voorbeeld 7** Een labo heeft een zuuroplossing van 15% nodig. Er is echter alleen een 10% en een 30% oplossing voorhanden. Hoeveel liter van deze twee oplossingen moet men mengen om 10 liter van de 15% oplossing te verkrijgen?

Oplossing

Noem x het aantal liter nodig van de 10% oplossing, en y het aantal liter nodig van de 30% oplossing.

Voor **elke** waarde van x en y voldoet het mengsel aan:

	aantal liter	hoeveelheid zuur
10% oplossing	x	$0,1 \cdot x$
30% oplossing	y	$0,3 \cdot y$
mengsel	$x + y$	$0,1 \cdot x + 0,3 \cdot y$

Gevraagd is om 10 liter met 15% oplossing te maken, zodat

	aantal liter	hoeveelheid zuur
15% oplossing	10	$0,15 \cdot 10$

Zo verkrijgen we het stelsel

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 0,1x + 0,3y = 1,5 \end{cases} \quad \text{dus} \quad \begin{cases} x = 7,5 \text{ liter} \\ y = 2,5 \text{ liter} \end{cases}$$

Algebra - Evenredigheden en stelsels

- ▶ **Voorbeeld 8** Hoeveel liter van een 70% alcoholoplossing moet bij 50 liter van een 40% alcoholoplossing gemengd worden om een 50% alcoholoplossing te krijgen?

Oplossing

Noem x het aantal liter van de 70% oplossing.

Voor **elke** waarde van x voldoet het mengsel aan:

	aantal liter	hoeveelheid alcohol
70% oplossing	x	$0,7 \cdot x$
40% oplossing	50	$0,4 \cdot 50$
mengsel	$x + 50$	$0,7 \cdot x + 0,4 \cdot 50$

Gevraagd is een mengsel te maken met 50% alcohol, zodat

	aantal liter	hoeveelheid alcohol
50% oplossing	$x + 50$	$0,5 \cdot (x + 50)$

Zo verkrijgen we de vergelijking

$$\begin{aligned}0,7x + 0,4 \cdot 50 &= 0,5(x + 50) \\ \Rightarrow 7x + 200 &= 5x + 250 \\ \Rightarrow x &= 25 \text{ liter}\end{aligned}$$

Examenvragen

- **Juli 2016 - Vraag 12** Het stelsel
$$\begin{cases} x - y = 3 & (1) \\ cx + y = 4 & (2) \end{cases}$$

heeft een oplossing (x, y) in het eerste kwadrant als en slechts als

(A) $-1 < c < \frac{4}{3}$

(C) $c > -1$

(B) $0 < c < \frac{4}{3}$

(D) $c > \frac{4}{3}$

Oplossing

Zoek eerst elke oplossing (x, y) . Uit (1) + (2) volgt:

$$cx + x = 7 \Rightarrow (c + 1)x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{c + 1}.$$

In (1) geeft:

$$y = x - 3 = \frac{7}{c + 1} - 3 = \frac{7 - 3(c + 1)}{c + 1} = \frac{4 - 3c}{c + 1}.$$

Een oplossing (x, y) in het eerste kwadrant als en slechts als

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c + 1 > 0 \\ 4 - 3c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c > -1 \\ c < \frac{4}{3} \end{cases} \text{ dus (A).}$$

Examenvragen

- **Augustus 2016 - Vraag 14** In onderstaande tabel staan de gemiddelde resultaten van de leerlingen uit twee scholen, kortweg met A en B aangeduid.

	A	B	A en B samen
Jongens	$a, 71$	$b, 81$	$a + b, 79$
Meisjes	$c, 76$	$d, 90$	$c + d, ?$
Alle leerlingen	$a + c, 74$	$b + d, 84$	

Wat is het gemiddelde van de meisjes van beide scholen samen?

(A) 85

(C) 83

(B) 84

(D) 82

Oplossing

$$\left\{ \begin{array}{l} 71a + 81b = 79(a + b) \\ 71a + 76c = 74(a + c) \\ 81b + 90d = 84(b + d) \\ 76c + 90d = ? (c + d) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = 4a \\ c = 3a/2 \\ d = b/2 = 2a \\ ? = \frac{76c + 90d}{c + d} = 84 \text{ dus (B).} \end{array} \right.$$