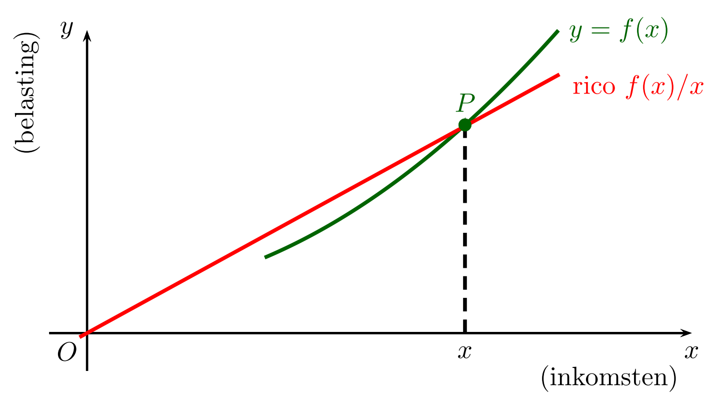
BELASTINGVERLAGING EN TRANSFORMATIES VAN FUNCTIES

KOEN DE NAEGHEL

SAMENVATTING. Voor het verlagen van de inkomstenbelasting kan de regering kiezen uit twee eenvoudige modellen: het principe van aftrekpost en de belastingvermindering. Maar welke klasse van de bevolking haalt nu het meeste voordeel uit het eerste model en welke klasse uit het tweede model? In dit artikel laten we zien hoe transformaties van functies een antwoord op deze vraag geven. De aangereikte opbouw is geschikt voor leerlingen uit het vierde jaar ASO. Ze kan ook de interesse van leerlingen uit de derde graad richting economie wekken.

Belastingen zijn er in alle maten en gewichten: inkomstenbelasting (die onder meer de personenbelasting en de vennootschapsbelasting omvat), belasting op de toegevoegde waarde (BTW), registratierechten (zoals bij huurcontracten en notariële akten), milieubelasting, gemeente- en provinciebelasting, gezondheidstaks etc. In dit artikel hebben we het over de inkomstenbalasting. Voor het berekenen hiervan maakt men in de economie het onderscheid tussen een *progressief stelsel*, een *degressief stelsel* of een *vlaktaks*. Bij een progressieve inkomstenbelasting wordt het procent dat een persoon aan belastingen betaalt hoger naarmate het inkomen stijgt. Bij een vlaktaks wordt ieder inkomen met hetzelfde percentage belast en in een degressief stelsel wordt het tarief lager naarmate het inkomen stijgt. In de huidige samenleving komt een progressieve inkomstenbelasting het meeste voor, daar gaan we in het vervolg van deze tekst dan ook van uit.

Als een persoon in een bepaald jaar x euro verdient en daarbij een bedrag van $f(x)$ euro aan inkomstenbelastingen betaalt, dan wordt het procent dat deze persoon aan belastingen betaalt gegeven door $f(x)/x$. Wiskundig betekent de progressieve heffing: als x toeneemt dan zal de verhouding $f(x)/x$ ook toenemen. Meetkundig stelt $f(x)/x$ de rico van de rechte door de oorsprong O en het punt $P(x, f(x))$ voor. Zeggen dat $f(x)/x$ een stijgende functie in x is, betekent dat de rico van die rechte OP toeneemt naarmate x toeneemt. De grafiek van f neemt dus een vorm[1] aan zoals in Figuur 1.



Figuur 1: De belasting $f(x)$ in functie van de inkomsten x.

Datum: 8 oktober 2015. Inspiratie werd ontleend aan [2, pagina 139]. Deze tekst is tevens terug te vinden in [1, pagina I-23]. De auteur is de redactie van het tijdschrift Uitwiskeling erkentelijk voor het nalezen van deze nota en het suggereren van verbeteringen.

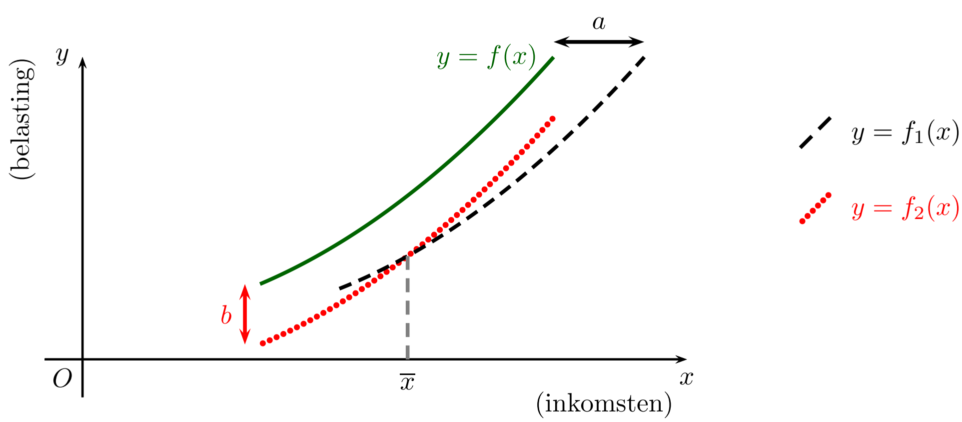
[1]Die typische vorm van de grafiek van f kan in de derde graad worden aangetoond: voor $x > 0$ is zeggen dat $f(x)/x$ stijgend is equivalent met zeggen dat de afgeleide functie van $f(x)/x$ positief is, wat op zijn beurt gelijkwaardig is met de uitspraak $f'(x) > f(x)/x$. Dus in elk punt $P(x, f(x))$ moet de rico van de raaklijn aan de grafiek van f groter zijn dan de hellingsgraad van de rechte OP. Dat kan enkel als de functie convex (hol) is voor grotere x-waarden.

Stel dat de regering beslist om de inkomstenbelasting te verlagen. Dan zijn er twee eenvoudige modellen om die belastingverlaging door te voeren.

(1) Een eerste voorstel is om bij elk individu het belastbaar inkomen x met a euro te verlagen alvorens de belastingen berekend worden. Deze regeling gedraagt zich volgens het principe van een *aftrekpost* (Engelse term: tax deduction). Een individu zal dan een belasting betalen van $f(x-a)$ euro. We noemen $f_1(x) = f(x-a)$.

(2) Een tweede voorstel bestaat erin om eerst de inkomstenbelasting op het volledig belastbaar inkomen te berekenen, om daarna die berekende belasting te verminderen met b euro. Dit staat bekend als een *belastingvermindering* (Engelse term: tax credit). Op die manier zal een individu $f(x) - b$ euro aan belastingen betalen. We noemen $f_2(x) = f(x) - b$.

We herkennen telkens een transformatie van de oorspronkelijke belastingfunctie f. Volgens het principe van de aftrekpost verkrijgen we de nieuwe belastingfunctie f_1 door de grafiek van f met a eenheden naar rechts te verschuiven, zie Figuur 2. Hanteren we de belastingvermindering, dan verkrijgen we de nieuwe belastingfunctie f_2 door de grafiek van f met b eenheden naar onder te verschuiven. De oplossing van de vergelijking $f_1(x) = f_2(x)$ stelt het inkomen $\overline{x}$ voor waarbij een persoon voor beide alternatieven dezelfde belasting betaalt.



Figuur 2: De belastingverlaging volgens het principe van de aftrekpost $f_1(x)$ en volgens de belastingvermindering $f_2(x)$.

Voor mensen met een laag inkomen is $x < \overline{x}$. Figuur 2 laat zien dat dan $f_1(x) > f_2(x)$. Dus voor die mensen is de belastingvermindering voordeliger. Voor mensen met een hoog inkomen is $x > \overline{x}$ zodat $f_1(x) < f_2(x)$. Dus voor die mensen is de aftrekpost voordeliger.

De lezer kan zich afvragen hoe de vork aan de steel zit bij andere belastingstelsels. Welke sociale klasse haalt in een degressief belastingsstelsel het meeste voordeel uit een belastingsverlaging volgens het principe van aftrekpost? En hoe zit het met een vlaktaks? Kunnen deze vragen opnieuw beantwoord worden met behulp van transformaties van functies? Om je het plezier in het vinden van de antwoorden te gunnen, zullen we deze onderzoeksvragen hier niet beantwoorden.

Referenties

[1] K. De Naeghel, *Wiskunde In zicht*, LULU Press, 2013. Handboek online beschikbaar op www.koendenaeghel.be.

[2] K. Sydsæter, P. Hammond, *Essential Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, 2006.

Koen De Naeghel, Onze-Lieve-Vrouwecollege, Collegestraat 24, 8310 Brugge.

E-mail address, K. De Naeghel: `koendenaeghel@hotmail.com`